

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



تاریخ پیش آزمون: مردادماه ۱۴۰۴

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۱ (درس‌های ۳ و ۴) فصل ۴	فصل ۱ (درس ۱ تا ۴)	—
هندسه	فصل ۱	—	فصل ۱ (درس ۱)
گسسته	—	فصل ۱	فصل ۱ (درس ۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



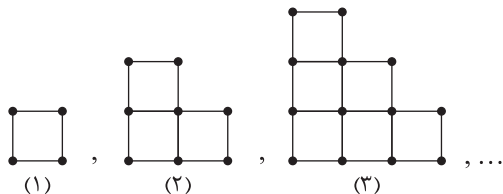
سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

ریاضیات

۱- بین جمله‌های اول و دوم یک دنباله هندسی، پنج واسطه حسابی با قدرنسبت ۳ درج نموده‌ایم. اگر قدرنسبت دنباله هندسی برابر ۲ باشد، جمله اول آن کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۲- با توجه به الگوی زیر، اگر a_n تعداد مربع‌های واحد در مرحله n ام و b_n تعداد نقاط توپر در مرحله n ام باشد، $a_7 - b_7$ چه عددی است؟



- (۱) -۳۷
(۲) -۴۳
(۳) -۳۹
(۴) -۴۱

۳- در یک دنباله حسابی جمع $2n$ جمله اول و $3n$ جمله اول به ترتیب 106 و 243 است. جمع n جمله ابتدایی دنباله چه عددی است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۸۱ (۴) ۳۶

۴- اگر جملات ابتدایی الگوی درجه دوم $2, -1, 2, \dots$ باشند، جمع جمله چهارم و پنجم الگوی درجه دوم چه عددی است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۷ (۳) ۳۹ (۴) ۲۱

۵- ریشه‌های معادله $x^2 - ax + b = 0$ ، از دو برابر ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax = 6$ ، یک واحد بیشتر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۶- نمودار سهمی $y = (m-2)x^2 + (2m-1)x$ از تمام نواحی به جز ناحیه دوم عبور می‌کند. برای m چند مقدار صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، حاصل $\alpha(\beta^3 + 8)$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) -۱۴ (۴) -۲۸

۸- α و β جواب‌های $x^2 - mx - 8 = 0$ هستند. به طوری که $\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} = 2$ مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۹- صفرهای تابع $y = 2x^2 - ax + a - 2$ و نقطه تقاطع آن با محور y ها، سه رأس یک مثلث به مساحت $\frac{3}{4}$ هستند. محور تقارن نمودار این تابع کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ یا $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ یا $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{5}{4}$

۱۰- اگر جواب نامعادله $2 \leq \frac{2x+2}{x-3} \leq x+1$ بازه $(\alpha, +\infty)$ باشد، مقدار $\sqrt{3\alpha+1}$ چه عددی است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱- اگر بازه $(-\frac{1}{n}, n)$ مجموعه جواب نامعادله $m < |x-2| + |x| < m$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۲- اگر $b \in \mathbb{N}$ و جواب نامعادله $0 < -2 + (3b-5)x + (3a-6)x^2 + (2a+b)$ باشد، مقدار $c-ab$ چه عددی است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۱۳- ارتفاع و قاعده مثلثی به ترتیب عدد طلایی و مربع عدد طلایی هستند. جزء صحیح مساحت مثلث چه عددی است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۴- معادله $\frac{2}{x^2-1} + \frac{a}{x^2-x} = \frac{3}{x^2+x}$ جواب ندارد. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) -۳

۱۵- اگر $x = \sqrt{2y-10} + \sqrt{8-y}$ و $y = x^2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای y کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۶- نمودار تابع $f(x) = x - \sqrt[3]{3x^2 + x^3}$ خط $y = -1$ را در نقطه‌ای به طول α قطع می‌کند. معادله درجه دوم با ریشه‌های 3α و -6α کدام است؟

(۱) $x^2 - x - 2 = 0$ (۲) $x^2 + x - 2 = 0$ (۳) $2x^2 - x - 2 = 0$ (۴) $2x^2 + x - 2 = 0$

۱۷- مساحت ناحیه محدود به نمودار توابع $y = |x+2|$ و $y = 4-|x|$ چقدر است؟

(۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۱۸- معادله $|x+1|+2|x|=5a$ دارای جواب $x=2$ است. جواب دیگر چه عددی است؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۱۹- پاره خط $AB=4$ مفروض است. چند نقطه مانند C در صفحه وجود دارد که از نقطه M وسط AB به فاصله $\sqrt{3}$ بوده و

$\hat{CAB} = 60^\circ$ باشد؟

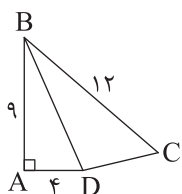
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۲۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 30^\circ$ ، $h_b = 4$ و $h_c = 3$ به ترتیب ارتفاعات نظیر رسم شده از رئوس B و C هستند. با این معلومات چند

مثلث می‌توان رسم کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۱- در چهارضلعی $ABCD$ قطر BD نیمساز زاویه \hat{B} است. محیط این چهارضلعی برابر کدام است؟



(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

(۳) ۳۲

(۴) ۳۵

۲۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB=AC$) نقاط E و F روی اضلاع BC و AB به گونه‌ای قرار دارند که رأس A روی عمودمنصف EF

قرار می‌گیرد. اگر $\hat{EAC} = 40^\circ$ باشد، آنگاه زاویه \hat{BEF} کدام است؟

- (۱) 10° (۲) 15° (۳) 20° (۴) 25°

۲۳- در مثلث ABC ، رابطه $\hat{A} = \hat{B} - 2\hat{C}$ برقرار است. مرکز دایره‌ای که از سه رأس مثلث ABC عبور می‌کند، کجا قرار دارد؟

- (۱) درون مثلث ABC (۲) بیرون مثلث ABC (۳) روی ضلع AC (۴) روی ضلع BC

۲۴- در مثلث ABC اگر ضلع AC بزرگ‌تر از ضلع AB بوده و AM میانه باشد، کدام یک درست است؟

(۱) $\hat{MAC} < \hat{MAB}$ (۲) $\hat{MAC} = \hat{MAB}$

- (۳) $\hat{MAC} > \hat{MAB}$ (۴) هر ۳ مورد ممکن است درست باشد.

محل انجام محاسبات

۲۵- در مثلث ABC ، نقطه M وسط ضلع BC ، $AB = 8 - 4x$ ، $AC = 4 + 2x$ و $AM = x + 1$ است. کدام مقدار برای x قابل قبول نیست؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۶- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & c \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر ماتریس AB اسکالر باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ستون اول ماتریس

BA برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $\frac{-3}{2}$ (۴) -1

۲۷- ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با درایه‌های $a_{ij} = \begin{cases} j-i & i > j \\ i & i = j \\ i-2j & i < j \end{cases}$ مفروض است. مجموع درایه‌های ماتریس $A^2 - 11I$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) -13 (۳) -15 (۴) -10

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 15 & 10 \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت $(B^T C + BA) \times (A^T C + A^T)$ کدام است؟

- (۱) ABC (۲) I (۳) A^T (۴) $\bar{0}$

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریس A^{100} برابر کدام است؟

- (۱) $-2^{99}A$ (۲) $2^{99}A$ (۳) $2^{100}I$ (۴) $-2^{100}I$

۳۰- اگر A یک ماتریس اسکالر و B یک ماتریس هم‌مرتبه با A باشد به طوری که ${}^2B^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & -4 \\ 6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ ، $AB = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ و

$A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل $(A - B)^2$ برابر کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

۳۱- هم‌ارزی عکس نقیض یک گزاره شرطی با خود آن گزاره، تأییدکننده کدام یک از استدلال‌های زیر است؟

(۱) برهان خلف (۲) مثال نقض

(۳) اثبات بازگشتی (۴) اثبات با در نظر گرفتن همه حالات

۳۲- اگر هر دو عدد $4k+1$ و $4k'+1$ مربع کامل بوده و $k-k'=12$ ، آنگاه رقم دهگان $k+k'$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۳- اگر a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 همان اعداد ولی با ترتیبی دیگر باشند، آنگاه کدام یک از اعداد زیر می‌تواند فرد باشد؟

(۱) $(a_1 - b_1) \cdot (a_2 - b_2) \cdot (a_3 - b_3)$ (۲) $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3)$

(۳) $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ (۴) $a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3$

۳۴- اثبات کدام یک از دو گزاره زیر به شیوه در نظر گرفتن همه حالات امکان پذیر است؟

I) اگر اعداد صحیح a, b و c چنان باشند که $a \cdot b \cdot c = 0$ ، آنگاه حداقل یکی از آن سه عدد صفر خواهد بود.

II) اگر a عددی صحیح باشد، آنگاه یکی از سه عدد $a+4, a+8, a+12$ یا a مضرب ۳ خواهند شد.

(۱) فقط I (۲) فقط II

(۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۳۵- برای بررسی درستی گزاره $\frac{a+b}{3} \geq \sqrt{a \cdot b}$ به‌زای تمام مقادیر نامنفی a و b به شیوه اثبات بازگشتی به کدام یک از نابرابری‌های

بدیهی زیر خواهیم رسید؟

I) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ II) $(a-b)^2 \geq 0$

(۱) فقط I (۲) فقط II (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۳۶- اگر هر دو گزاره $p \Rightarrow q$ و $p \Rightarrow \sim q$ ارزش درستی داشته باشند، آنگاه کدام یک از گزاره‌های زیر نیز ارزش درستی خواهد داشت؟

(۱) $p \Rightarrow (q \wedge \sim p)$ (۲) $q \Rightarrow (p \wedge \sim q)$

(۳) $(q \wedge \sim p) \Rightarrow p$ (۴) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$

۳۷- گزاره سوری « $\forall x \in A, \exists y \in A; 5x + 3y \geq x^2 - 1$ » که در آن $A = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ ارزش درستی دارد. بزرگ‌ترین

مقدار ممکن برای m کدام ویژگی را دارد؟

(۱) عددی اول (۲) مربع کامل (۳) مکعب کامل (۴) بخش پذیر بر ۵

محل انجام محاسبات

۳۸- اگر مجموعه‌های غیر تهی A ، B و C چنان باشند که $A \cap (B \cup C) = (A - B) \cup C$ ، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً تهی است؟

- (۱) $C - A$ (۲) $B - A$ (۳) $A - B$ (۴) $B - C$

۳۹- اگر مجموعه‌های A و B به ترتیب به صورت‌های $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ باشند، آنگاه تعداد اعضای مجموعه

$P(A) - P(B)$ کدام می‌شود؟ (منظور از $P(X)$ مجموعه توانی مجموعه X است.)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۴۰- مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب به صورت‌های $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ و $C = \{3, 5, 7, 9\}$

هستند. مجموعه $(A - B) \times (A \cap C)$ چندعضوی خواهد شد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸